Traccia della soluzione dell'esame del 16-7-2009

1) $V^- = V_u \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$. Inoltre, se il diodo è ON, $V^+ = V_\gamma$, da cui uguagliando $V^+ = V^-$ (opamp in alto guadagno) si ricava $V_u = V_\gamma \dfrac{R_1 + R_2}{R_1} = 2V_\gamma$, valore compatibile con l'ipotesi di alto guadagno. Inoltre la corrente sul diodo è $I_D = I_o + \dfrac{V_u - V_\gamma}{R_3} > 0$, compatibile con l'ipotesi di diodo ON. Quindi l'esistenza del punto di riposo trovato è confermata.
Se invece si assume il diodo OFF, $V^+ = V_u + R_3 I_o$, che uguagliato a V^- consente di ricavare $V_u = -2\,\text{V}$ e $V^+ = -1\,\text{V}$, compatibili rispettivamente con la condizione di opamp in alto guadagno e di diodo OFF. Quindi anche questo punto di riposo è confermato. Esistono pertanto due punti di riposo nelle condizioni date.

2) Analizziamo prima il punto di riposo con il diodo OFF. Ai piccoli segnali, dalle relazioni precedenti, si ottiene $v^+ = v_u$ e $v^- = v_u \dfrac{R_1}{R_1 + R_2}$, da cui $v_d = v^+ - v^- = v_u \dfrac{R_2}{R_1 + R_2} \equiv k\, v_u$, con k = 0.5. Sostituendo l'espressione precedente di v_d in $v_u = A_d(s) v_d$ si ottiene l'equazione caratteristica $1 - k\, A_d(s) = 0$, che, posto $A_d(s) = \dfrac{A_{do}}{1 + s/\omega_o}$, ha come unica soluzione $s = \omega_o (k\, A_{do} - 1)$, che è certamente positiva per il valore di k considerato. Il punto di riposo è quindi instabile.
Nel punto di riposo con il diodo ON, ai piccoli segnali il diodo equivale alla resistenza differenziale $r_D = \dfrac{V_T}{I_D} = \dfrac{V_T}{I_o + (V_u - V_\gamma)/R_3} = 14.7\,\Omega$. Pertanto $v^+ = v_u \dfrac{r_D}{r_D + R_3}$, mentre v^- conserva l'espressione precedente. Quindi si ha ancora $v_d = v^+ - v^- \equiv k\, v_u$, ma questa volta k risulta negativo. La soluzione dell'equazione caratteristica è pertanto negativa, ed il punto di riposo considerato risulta stabile.

3) Si verifica che esiste un solo punto di riposo in saturazione negativa con il diodo OFF, e cioè
$V_u = -10\,\text{V}$, $V^- = -5\,\text{V}$, $V^+ = -9\,\text{V}$.

4) Si tratta di due stadi in cascata. Lo stadio basato su Q_1 non è riconducibile ad uno stadio elementare ad E.C. a causa della presenza della resistenza R_F. Lo stadio basato su Q_2 è invece un C.C. standard. Per il primo stadio l'analisi ai piccoli segnali porta alla seguente espressione del guadagno di tensione

$$A_{v1} = \frac{v_{C1}}{v_i} = \frac{R_{i2}(1/R_F - \beta_o / r_{BE1})}{1 + R_{i2}/R_F}$$

dove $R_{i2} = r_{BE2} + (\beta_o + 1) R_E$ è la resistenza di ingresso del C.C. che costituisce il carico del primo stadio. Si noti che nel limite $R_F \to \infty$ si ottiene l'espressione dell'E.C. standard. Il guadagno del secondo stadio è dato da

$$A_{v2} = \frac{v_u}{v_{C1}} = \frac{R_E(\beta_o + 1)}{R_{i2}}$$

ed il guadagno totale è dato dal prodotto dei due guadagni.

5) Dalla condizione $A_v = 0$ si deduce $1/R_F - \beta_o / r_{BE1} = 0$, da cui, tenuto conto dell'espressione di r_{BE1} in regione normale, si ricava $I_{C1o} = 25$ μA e $V_{io} = V_T \ln \frac{I_{C1o}}{I_S} = 599$ mV. Dal bilancio delle correnti al nodo C_1 ed utilizzando $V_{EB2} = V_\gamma$ per Q_2 in regione normale, si ottiene poi

$$\frac{V_{io} - V_{uo} + V_\gamma}{R_F} + I_o + \frac{V_{CC} - V_{uo}}{R_E(\beta_F + 1)} = I_{C1o}$$

da cui si ricava $I_o = 3.23$ mA. E' inoltre immediato verificare che i BJT lavorano effettivamente in regione normale.

6) Dal circuito equivalente ai piccoli segnali si ottiene

$$i_i = \frac{v_i}{r_{BE1}} + \frac{v_i - v_u}{R_F} = v_i \left[\frac{1}{r_{BE1}} + \frac{1 - A_v}{R_F} \right].$$

Ponendo $A_v = 0$ si ottiene quindi

$$R_i = r_{BE1} \parallel R_F = 990\,\Omega.$$