Traccia della soluzione dell'esame del 13-2-2019

1) Il BJT non può essere in regione normale. Infatti, se così fosse, sarebbe $I_{Co} = I_S \exp\left(\frac{V_{io}}{V_T}\right) = 1.44$ mA, che è maggiore di I_o. Deve quindi essere in saturazione. Utilizzando il modello di Ebers e Moll completo in saturazione, si può scrivere

$$I_{Co} = I_S \left[\exp\left(\frac{V_{io}}{V_T}\right) - \exp\left(\frac{V_{BCo}}{V_T}\right)\right] - \frac{I_S}{\beta_R}\left[\exp\left(\frac{V_{BCo}}{V_T}\right) - 1\right] = I_o, \quad (1)$$

da cui si ricava $V_{BCo} = 0.653$ V e $V_{uo} = V_{io} - V_{BCo} = 47$ mV.

2) Supponendo il BJT in regione normale, salvo verifica finale, occorre risolvere iterativamente l'equazione

$$V_{BE} = V_T \ln\left[\beta_F \frac{V_{Go} - V_{BE}}{R_G\, I_S}\right], \quad (2)$$

che porta a $V_{BEo} = 0.685$ V. Quindi

$$I_{Co} = \frac{V_{Go} - V_{BE}}{R_G}\beta_F\left(1 + \frac{V_{uo}}{V_A}\right) = I_o, \quad (3)$$

da cui $V_{uo} = 2.7$ V, che soddisfa il requisito di regione normale.

3) Il metodo più semplice è forse quello di calcolare prima la matrice delle ammettenze ai piccoli segnali del due porte di figura, che risulta essere

$$Y = \begin{bmatrix} g_{BE} + sC_1 & -sC_1 \\ g_m - sC_1 & g_{CE} + s(C_1 + C_2) \end{bmatrix}, \quad (4)$$

per poi scrivere

$$A_v(s) = \frac{v_u}{v_G} = \frac{v_u}{v_{BE}}\frac{v_{BE}}{v_G} = -\frac{y_f}{y_o}\frac{G_G}{G_G + Y_i} =$$
$$= -\frac{G_G(g_m - sC_1)}{s^2C_1C_2 + s[C_1(g_{CE} + g_m) + (C_1 + C_2)(G_G + g_{BE})] + g_{CE}(G_G + g_{BE})}, \quad (5)$$

dove si è utilizzata l'espressione dell'ammettenza d'ingresso del due porte $Y_i = y_i - y_r y_f / y_o$.

4) A riposo, supponendo l'opamp in alto guadagno, si ha $V^+ = V_{io} = 0$, quindi $V^- = 0, I_R = I_{R2} = 0, V_u = 0$, ed infine $V_{OP} = V_u - R_3 I_u = -3$ V, consistente con l'ipotesi di alto guadagno. Questo è l'unico punto di riposo.

5) Poiché $v^- = v^+ = v_i \frac{1}{sRC+1}$, si ha

$$i_i = \frac{v_i}{R + 1/sC} + \frac{v_i}{R}\left(1 - \frac{1}{sRC + 1}\right) = \frac{2sC}{sRC + 1} v_i, \quad (6)$$

da cui $Z_i = \frac{v_i}{i_i} = \frac{sRC+1}{2sC}$, che ha un polo nell'origine ed uno zero.

6) Essendo $v_i = 0$ ai fini del calcolo della Z_u, si può scrivere

$$0 = v^+ = v^- = v_u \frac{R}{R + R_2} \quad , \tag{7}$$

da cui $v_u = 0$ e quindi $Z_u = 0$.

7) Dalle equazioni del 2-porte si ricava che, poiché è nulla la I_u (invertitore con resistenza d'ingresso infinita), deve essere anche nulla la I_i, ed inoltre, a causa del partitore resistivo, la tensione d'ingresso e d'uscita dell'invertitore stanno fra loro nel rapporto R_2 / (R_1+R_2). Quindi la tensione d'ingresso e d'uscita dell'invertitore sono rispettivamente uguali alla soglia logica V_{DD}/2 ed a (R_1+R_2) / R_2 V_{DD}/2 = V_{DD} 5/8 .

8) Il blocco lineare è costituito dal 2-porte e dal partitore resistivo. La funzione di trasferimento del blocco lineare si ottiene quindi facendo il prodotto dei guadagni di tensione del 2-porte e del partitore (non si dimentichi l'ammettenza d'ingresso del 2-porte in parallelo a R_2):

$$H(s) = -\frac{y_f}{y_o} \frac{G_1}{G_1 + G_2 + y_i - \frac{y_r y_f}{y_o}} = \frac{-y_f\ G_1}{y_o(G_1 + G_2) + y_o y_i - y_r y_f} \quad . \tag{8}$$

Passando ad $H(j\omega)$ ed osservando che le $y(j\omega)$ sono puramente immaginarie, la pulsazione d'oscillazione si ottiene annullando la parte reale al denominatore della (8), cioè $y_o(\omega_o)y_i(\omega_o) - y_r(\omega_o)y_f(\omega_o) = 0$, che coincide con la condizione di annullamento del determinante della matrice Y. Da qui con pochi passaggi si ricava $\omega_o = b/c + b/a$.

9) La condizione è $-k\, H(j\omega_o) > 1$, ed utilizzando le espressioni delle y date e della pulsazione d'oscillazione ricavata, si ottiene

$$\frac{k\ G_1\ a}{c\ (G_1 + G_2)} > 1 \quad . \tag{9}$$