

Traccia della soluzione dell'esame del 9-1-2019

1) Se l'opamp è in alto guadagno, allora $V^- = 0$, quindi il BJT lavora in regione normale. La resistenza d'ingresso è quella di uno stadio ad e.c.g., cioè

$$\begin{aligned} R_i &= r_{BE} + (\beta_o + 1)R_E = \frac{\beta_o V_T}{I_{Co}} + (\beta_o + 1)R_E = \beta_o V_T \frac{R_E}{V_{io} - V_\gamma + V_{EE}} \frac{\beta_F + 1}{\beta_F} + (\beta_o + 1)R_E = \\ &= (\beta_o + 1)R_E \left[1 + \frac{V_T}{V_{io} - V_\gamma + V_{EE}} \right], \end{aligned} \quad (1)$$

dove si è utilizzata l'espressione della corrente di collettore a riposo. Dalla (1) si ricava $R_E = 984 \Omega$.

2) Si noti che l'opamp con l'impedenza di retroazione Z_F data dal parallelo RC costituisce un amplificatore a transimpedenza. Con l'opamp in alto guadagno, quando $V_u = 0$ risulta nulla la corrente d'ingresso di tale amplificatore, quindi la corrente che attraversa la resistenza R_C è uguale alla corrente di collettore del BJT. Si può quindi scrivere $V_{CC}/R_C = I_{Co}$, dove la corrente di collettore si ottiene risolvendo per via iterativa l'equazione

$$\frac{V_{io} - V_{BE} + V_{EE}}{R_E} \frac{\beta_F}{\beta_F + 1} = I_S \exp\left(\frac{V_{BE}}{V_T}\right), \quad (2)$$

da cui si ottiene $V_{BEo} = 0.727 \text{ V}$ e $I_{Co} = 4.3 \text{ mA}$. Si ricava quindi $R_C = 1163 \Omega$.

3) Come già osservato, l'opamp forma un amplificatore a transimpedenza, quindi si può calcolare il guadagno come

$$A_v(s) = \frac{v_u}{v_i} = \frac{v_u}{i} \frac{i}{v_i} = -Z_F \frac{-\beta_o}{r_{BE} + (\beta_o + 1)R_E} = \frac{R}{R_i} \frac{\beta_o}{1 + sCR}, \quad (3)$$

dove i è la corrente d'ingresso dell'amplificatore.

4) $A_v(0) = \beta_o R/R_i$, da cui $R = 10 \text{ k}\Omega$. Inoltre $f_o = 1/(2\pi RC)$, da cui $C = 1.59 \text{ nF}$.

5) Poiché ora l'opamp non è ideale, $v^- \neq 0$ e pertanto si può calcolare il guadagno come

$$A_v(s) = \frac{v_u}{v_i} = \frac{v_u}{v^-} \frac{v^-}{v_i} = -A_d(s) \frac{-\beta_o(R||Z_{iOP})}{R_i}, \quad (4)$$

dove il secondo fattore all'ultimo membro è il guadagno di tensione dello stadio ad e.c.g. avente come carico il parallelo di R e dell'impedenza d'ingresso dell'amplificatore a transimpedenza Z_{iOP} , che può essere calcolata da

$$i = \frac{v^- - v_u}{Z_F} = \frac{v^-}{Z_F} (1 + A_d), \quad \Rightarrow \quad Z_{iOP} = \frac{v^-}{i} = \frac{Z_F}{1 + A_d}, \quad (5)$$

con $A_d(s) = \frac{A_{do}}{1 + s/\omega_o}$.

6) Il guadagno d'anello è

$$LG(j\omega) = [A_v(j\omega)]^3 = \frac{jk^3\omega^3}{(3\omega^2p - p^3) + j(3\omega p^2 - \omega^3)} \quad (6)$$

Applicando la teoria degli oscillatori sinusoidali, la pulsazione d'oscillazione ω_o è quella che rende reale il guadagno d'anello, cioè in questo caso che annulla la parte reale del denominatore, quindi $\omega_o = |p|/\sqrt{3}$.

7) La condizione d'innesco è $LG(j\omega_o) > 1$, da cui, utilizzando l'espressione di ω_o appena calcolata, si ottiene $k > 2$.

8) Si può scrivere, indicando con v_B la tensione sulla base del transistor,

$$A_v(s) = \frac{v_u}{v_i} = \frac{v_u}{v_B} \frac{v_B}{v_i} = \frac{-\beta_o(R_C || Z_i)}{R_{iECG}} \frac{R_B || R_{iECG}}{Z_i} \quad (7)$$

Nell'ultimo membro della (7), il primo fattore è il guadagno di tensione di uno stadio ad e.c.g. avente per carico il parallelo di R_C e dell'impedenza d'ingresso dell'amplificatore successivo $Z_i = R_B || R_{iECG} + 1/sC$, avendo indicato con $R_B = R_{B1} || R_{B2} = 7.92 \text{ k}\Omega$ il parallelo delle due resistenze di polarizzazione della base e con $R_{iECG} = r_{BE} + (\beta_o + 1)R_E$ la resistenza d'ingresso dello stadio ad e.c.g. Il secondo fattore è dato dal partitore d'impedenze fra l'ingresso dell'amplificatore e la base del transistor. Sviluppando si ottiene:

$$A_v(s) = \frac{-\beta_o R_C}{R_C + Z_i} \frac{R_B}{R_B + R_{iECG}} = \frac{-\beta_o R_C R_B C s}{sC(R_C R_B + R_C R_{iECG} + R_B R_{iECG}) + R_B R_{iECG}} \quad (8)$$

e pertanto il guadagno asintotico a frequenza infinita ed il polo si identificano con

$$k = \frac{\beta_o R_C R_B}{(R_C R_B + R_C R_{iECG} + R_B R_{iECG})}, \quad p = \frac{-1}{C(R_C + R_B || R_{iECG})} \quad (9)$$

9) R_E si ottiene dall'equazione di polarizzazione della base

$$V_{CC} \frac{R_{B2}}{R_{B1} + R_{B2}} - R_B \frac{I_{Co}}{\beta_F} - V_Y - R_E I_{Co} \frac{\beta_F + 1}{\beta_F} = 0, \quad (10)$$

da cui, imponendo il valore della corrente di collettore richiesta, si ricava $R_E = 466 \Omega$. Si calcola inoltre $R_{iECG} = r_{BE} + (\beta_o + 1)R_E = 49.6 \text{ k}\Omega$. R_C si ottiene imponendo la condizione d'innesco: scegliendo per esempio $k = 3$, dalla prima delle (9) si ricava $R_C = 1.9 \text{ k}\Omega$. Infine, dall'espressione di ω_o e di p prima ricavate, si ottiene $C \cong 100 \text{ pF}$.